2009.10.8　金久保

# 付着問題における基礎式

## 独立変数

$x$　：軸方向上の位置

## 未知数

$P_b(x)$　：補強筋力　（$P_c(x)$　：コンクリート力）

$\sigma_b(x)$　：補強筋応力　（$\sigma_c(x)$　：コンクリート応力）

$\varepsilon_b(x)$　：補強筋歪　（$\varepsilon_c(x)$　：コンクリート歪）

$\tau_b(x)$　：付着応力

$s(x)$　：すべり量

## 定数

$E_b$　：補強筋弾性係数　（$E_c$　：コンクリート弾性係数）

$A_b$　：補強筋断面積　（$A_c$　：コンクリート断面積）

$\phi_b$　：補強筋周長

（$n = E_b / E_c$）

（$p = A_b / A_c$）

## 条件

１．材料構成則

$\sigma_b(x) = E_b \cdot \varepsilon_b(x)$　（$\sigma_b(x) = f(\varepsilon_b(x))$ でも構わない）　①

２．応力の定義

$\sigma_b(x) = P_b(x) / A_b$　（$A_b(x)$ でも構わない　i.e.腐食鉄筋など）　②

３．付着応力の定義（力の平衡条件式）

$\dfrac{dP_b(x)}{dx} = \tau_b(x) \cdot \phi_b$　（$\phi_b(x)$ でも構わない　i.e.腐食鉄筋など）　③

４．すべり量の定義（歪の適合条件式）

$\dfrac{ds(x)}{dx} = \varepsilon_b(x)$　（コンクリートの変形を無視した場合）　④

※厳密な定義

$$s(x) = \int_{x_0}^{x} \varepsilon_b(x)\,dx - \int_{x_0}^{x} \varepsilon_c(x)\,dx + s_0 \qquad (1)$$

断面内のどの部分の $\varepsilon_c(x)$ を取るかは、自由。一般的には、着目した断面内の平均歪を扱う。

(1)式を $x$ で微分して，

$$\frac{ds(x)}{dx} = \varepsilon_b(x) - \varepsilon_c(x) \tag{2}$$

(2)式を $x$ で微分して，

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \frac{d\varepsilon_b(x)}{dx} - \frac{d\varepsilon_c(x)}{dx} \tag{3}$$

$$= \frac{dP_b(x)}{dx} \cdot \frac{1}{A_b \cdot E_b} - \frac{dP_c(x)}{dx} \cdot \frac{1}{A_c \cdot E_c} \tag{4}$$

$$= \tau_b(x) \cdot \phi_b \cdot \frac{1}{A_b \cdot E_b} + \tau_b(x) \cdot \phi_b \cdot \frac{1}{A_c \cdot E_c} \tag{5}$$

$$= \tau_b(x) \cdot \phi_b \cdot \left(1 + \frac{A_b}{A_c} \cdot \frac{E_b}{E_c}\right) \cdot \frac{1}{A_b \cdot E_b} \tag{6}$$

$$\therefore \frac{d^2s(x)}{dx^2} = \frac{1 + n \cdot p}{A_b \cdot E_b} \cdot \tau_b(x) \cdot \phi_b \tag{7}$$

（付着基礎微分方程式）

コンクリートの変形を無視した場合、

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \frac{\phi_b}{A_b \cdot E_b} \cdot \tau_b(x) \tag{8}$$

５．付着構成則

$\tau_b(x) =$ ？？？

例えば、

$\tau_b(x) = f(s(x))$ ⑤

このように置くと、(7)式が $s(x)$ の微分方程式になり、都合がよい。

ただし、簡単には解けない。数学的に解けるものは、以下の３つ。

・ $\tau_b(x) = \tau_0$ （定数）

・ $\tau_b(x) = k \cdot s(x)$ （比例式および一次関数）

・ $\tau_b(x) = -a \cdot s(x) \cdot \left(s(x) - s_u\right)$ （放物線）

例えば、

$\tau_b(x) = f(\varepsilon_b(x))$ ⑤'

この場合は、④式の関係を用いれば、⑤式に帰着する。

例えば、

$\tau_b(x) = f(s(x), \varepsilon_b(x))$ ⑤"

この場合も、④式の関係を用いれば、⑤式に帰着する。また、

$s(x)$ と $\varepsilon_b(x)$ は④式の関係を満たす必要があり、厳密に言えば、

(1)式の境界条件（$x_0$、$s_0$）が決まらなければ定められない。

$\tau_b(x) = f(s(x))$を変化させたいときは、むしろ、冒頭の未知数以外を使うべき

＜歪とすべり量の関係＞

④を歪で積分すると、

$$\int_{x=x_0}^{x=l} \frac{ds(x)}{dx} d\varepsilon_b(x) = \int_{x=x_0}^{x=l} \varepsilon_b(x)\, d\varepsilon_b(x)$$

$$\therefore \int_{s_0}^{s_l} \frac{d\varepsilon_b(x)}{dx} ds(x) = \int_{\varepsilon_{b0}}^{\varepsilon_{bl}} \varepsilon_b(x)\, d\varepsilon_b(x)$$

$$\therefore \frac{\phi_b}{A_b \cdot E_b} \int_{s_0}^{s_l} \tau_b(x)\, ds(x) = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_{bl}{}^2 - \varepsilon_0{}^2\right)$$

ここで、$\tau_b(x) = f(s(x))$と表せれば、

$$\therefore \frac{\phi_b}{A_b \cdot E_b} \int_{s_0}^{s_l} f(s)\, ds = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_{bl}{}^2 - \varepsilon_0{}^2\right)$$

$s_l$ ： $x = l$ でのすべり量

$s_0$ ： $x = x_0$ でのすべり量

$\varepsilon_{bl}$ ： $x = l$ での補強筋歪

$\varepsilon_0$ ： $x = x_0$ での補強筋歪